

เฉลย คณิต A-NET

ตอนที่ 1 17 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน เฉลยละเอียด

1. เฉลย ข้อ 3. 62

ข้อนี้ เป็นโจทย์แนวข้อสอบ Ent ที่ออกมาหลายครั้งมากแล้วครับ

$$A = \{\phi, 0, 1, \{1\}, \{1, 2\}, \{3\}\}$$

$$P(A) = \underbrace{\{\phi, 0, 1, \{1\}, \{1, 2\}, \{3\}\}}_{2^6 = 64 \text{ ตัว}}$$

$$\Leftarrow n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^6 = 64$$

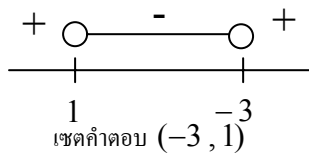
A และ P(A) มีสมาชิกที่ซ้ำกัน 2 ตัวคือ $\phi, \{1\}$ ดังนั้น $P(A) - A$ จึงมีสมาชิก $64 - 2 = 62$ ตัว2. เฉลย ข้อ 2. $(-2, -1)$

ข้อนี้เคยเป็นข้อสอบ Ent เก่ามาก ๆ เห็นว่าน่าสนใจดีและข้อสอบ

เลขออกคล้ายแบบนี้มาอีกหลายครั้ง

$$x^2 + 2x - 3 < 0$$

$$(x+3)(x-1) < 0$$

การที่ $\forall x$ จะเป็นจริงได้แสดงว่า $U \subset$ เซตคำตอบซึ่งมีตัวเลือกเดียวคือ $(-2, -1)$ 3. เฉลย ข้อ 4. $\sim p \rightarrow (\sim q \wedge \sim r)$

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด } p \rightarrow (q \vee r) &\equiv p \vee (q \vee r) \\ &\equiv \sim p \vee q \vee r \end{aligned}$$

1. ถูก เพราะ

$$\begin{aligned} (\sim q \wedge \sim r) \rightarrow \sim p &\equiv (\sim q \wedge \sim r) \vee \sim p \\ &\equiv q \vee r \vee \sim p \\ &\equiv \sim p \vee q \vee r \end{aligned}$$

2. ถูก เพราะ $(p \wedge \sim q) \rightarrow r \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r$

$$\equiv \sim p \vee q \vee r$$

3. ถูก เพราะ $(p \wedge \sim r) \rightarrow q \equiv (\sim p \wedge \sim r) \vee q$

$$\equiv \sim p \vee r \vee q$$

4. ผิด เพราะ

$$\begin{aligned} \sim p \rightarrow (\sim q \wedge \sim r) &\equiv p \vee (\sim q \wedge \sim r) \\ &\equiv (p \vee \sim q) \wedge (p \vee \sim r) \end{aligned}$$

4. เฉลย ข้อ 1. $24y - 8x - 3 = 0$

$$\text{แนวคิด } 3x + 4y - 7 = 0 \quad \text{..... (1)}$$

$$5x + 12y - 15 = 0 \quad \text{..... (2)}$$

$$\text{หาจุดตัด } (1) \times 3; 9x + 12y - 12 = 0$$

$$(3) - (2); 4x - 6 = 0$$

$$4x = 6 \Rightarrow x = \frac{3}{2}; y = \frac{5}{8} \text{ จุดตัดของเส้นตรง}$$

$$\text{คือ } \frac{3}{2}, \frac{5}{8}$$

เส้นตรง $3x + y - 5 = 0$ มีความชันเท่ากับ -3 เส้นตรง L เท่ากับ $\frac{1}{3}$ ดังนั้นสมการเส้นตรง L คือ

$$y - \frac{5}{8} = \frac{1}{3} \left(x - \frac{3}{2} \right)$$

$$24y - 15 = 8x - 12$$

$$24y - 8x - 3 = 0$$

5. เฉลย ข้อ 4. 10

ข้อนี้ไม่ยากต้องดึงฐานร่วมออกมา

$$3^{x^2} - 3^{x^2-1} = 54\sqrt{3} \quad 3^{x^2} (1 - 3^{-1}) = 54\sqrt{3}$$

$$3^{x^2} = 27 \cdot \sqrt{3} \cdot 3 \quad 3^{x^2} = 3^{3+\frac{1}{2}+1}$$

$$3^{x^2} = 3^{\frac{9}{2}}$$

$$x^2 = \frac{9}{2} \text{ นำไปแทนค่า}$$

$$\text{ใน } 2x^2 + 1 \quad 2x^2 + 1 = 2\left(\frac{9}{2}\right) + 1 = 10$$

6. เฉลย ข้อ 2. 0.50

แนวคิด กำหนด $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ และ

$$\tan^2 \theta - 4 \tan \theta + 1 = 0$$

$$\text{จะได้ว่า } \sin^2 \theta - 4 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = 0$$

$$1 - 4 \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$1 - 2(2 \sin \theta \cos \theta) = 0$$

$$1 - 2 \sin 2\theta = 0$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \sin 2\theta = \frac{1}{2} = 0.5$$

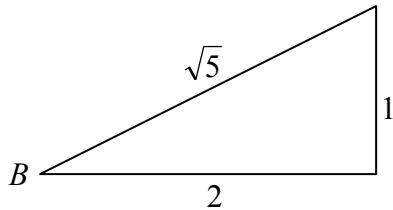
7. เฉลย ข้อ 4. $\frac{1}{\sqrt{10}}$

$$\text{ให้หาค่าของ } \cos \left[\arcsin \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \arccos \frac{2}{\sqrt{5}} \right]$$

$$\text{ให้ } \arcsin \frac{-1}{\sqrt{2}} = A \quad \sin A = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$A = -\frac{\pi}{4} \quad \cos A = \cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{และให้ } \arccos \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right) = B \quad \cos B = \frac{2}{\sqrt{5}}$$



พิจารณาจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่า $\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \cos \left[\arcsin \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \arccos \frac{2}{\sqrt{5}} \right] &= \cos(A - B) \\ &= \cos A \cos B + \sin A \sin B \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right) + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right) \\ &= \frac{2}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \end{aligned}$$

8. เฉลย ข้อ 1. 3

แนวคิด กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ x & 5 \end{bmatrix}$

จะได้ $A^2 = \begin{bmatrix} x+4 & 7 \\ 7x & x+2 \end{bmatrix}$

จากสมการ $A^2 - 7A = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} x+4 & 7 \\ 7x & x+2 \end{bmatrix} - 7 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x+4 & 7 \\ 7x & x+2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 14 & 7 \\ 7x & 35 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x-10 & 0 \\ 0 & x-10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $x-10 = -7 \quad x = 3$

9. เฉลย ข้อ 4. $\det(\text{adj}A) = 64$

เมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์มิติ 4×4 และ $\det(2A) = 64$

ดังนั้น $2^4 \det A = 64 \quad \det A = 4$

ข้อ 1 ถูก เพราะ

$$\det(-A) = (-1)^4 \det A = \det A = \det A = 4$$

ข้อ 2 ถูก เพราะ

$$\det(AA^Z) = \det A \cdot \det A^Z = \det A \cdot \det A = 4 \times 4 = 16$$

ข้อ 3 ผิด เพราะ

$$\det(2A^{-1}) = 2^4 \det(A^{-1}) = 16 \left(\frac{1}{\det A} \right) = 16 \times \frac{1}{4} = 4$$

ข้อ 4 ถูก เพราะจากสูตร $A^{-1} = \frac{1}{\det A} (\text{adj}A)$

$$= \frac{1}{4} (\text{adj}A) \quad 4A^{-1} = \text{adj}A$$

$$\det(4A^{-1}) = \det(\text{adj}A)$$

$$4^4 \det A^{-1} = \det(\text{adj}A)$$

$$4^4 \left(\frac{1}{4} \right) = \det(\text{adj}A)$$

ดังนั้น $\det(\text{adj}A) = 4^3 = 64$

10. เฉลย ข้อ 3. $\frac{1}{2}$

ให้ $a_n = \frac{2^n + 5}{2n + 3}$ และ $b_n = \frac{2^n}{n}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2^n + 5}{2n + 3} \right) \left(\frac{n}{2^n} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2^n + 5}{2^n} \right) \left(\frac{n}{2n + 3} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{2^n} \right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2 + \frac{3}{n}} \right)$$

$$= (1 + 0) \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

11. เฉลย ข้อ 4. f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = 0$ แต่ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$

จาก

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{3}{x^2 + 1} & \text{เมื่อ } x \leq 0 \\ 3 & \text{เมื่อ } 0 < x \leq 2 \\ \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$$

ข้อ 1. ผิด

$$f(0) = -3, \lim_{n \rightarrow 0^-} f(x) = -3, \lim_{n \rightarrow 0^+} f(x) = 3$$

ลิมิตซ้าย $\neq$ ลิมิตขวา

แสดงว่าไม่มีลิมิต ดังนั้น f ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 0$

ข้อ 2. ผิด

$$f(2) = 3, \quad \lim_{n \rightarrow 2^-} f(x) = 3, \quad \lim_{n \rightarrow 2^+} f(x) = 3$$

$$\text{ดังนั้น } \lim_{n \rightarrow 2} f(x) = 3 = f(x)$$

f ต่อเนื่องที่ $x = 2$

ข้อ 3. คูจาก 1 และ 2

ข้อ 4. คูจาก 1 และ 2

12. เฉลย ข้อ 4. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง A และเป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง B

แนวคิด กำหนด $f(x) = \frac{3x-1}{5x-2}$ และให้ A แทนช่วง

$$(-\infty, -\frac{2}{5}) \quad B \text{ แทนช่วง } (\frac{1}{3}, \infty)$$

$$f'(x) = \frac{(5x+2)(3) - (3x-1)(5)}{(5x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{15x+6-15x+5}{(5x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{11}{(5x+2)^2}$$

เนื่องจาก $f'(x)$ คือ ความชันโค้ง ณ จุด (x, y) ใดๆ บน f และสำหรับ $x \in [a, b]$ ใดๆ

ถ้า $f'(x) > 0$ แสดงว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วงนั้น

ถ้า $f'(x) < 0$ แสดงว่า f เป็นฟังก์ชันลดบนช่วงนั้น

ดังนั้น ถ้า $x \in A$ จะได้ $f'(x) > 0$ และ $x \in B$

จะได้ $f'(x) > 0$ แสดงว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่มทั้งบนช่วง A และช่วง B

13. เฉลย ข้อ 3. 9

แนวคิด ให้ $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ เมื่อ

$$A, B, C \in \mathbb{R} \text{ โดยที่ } f'(1) = -2, f''(2) = 2$$

$$\text{และ } \int_0^1 f(x) dx = \frac{7}{3} \text{ จาก}$$

$$f(x) = Ax^2 + Bx + C, f'(x) = 2Ax + B$$

$$f'(1) = -2 \text{ ดังนั้น } 2A = 2, A = 1$$

$$\text{แทนค่า } A = 1 \text{ ใน (1), } 2 + B = -2, B = -4$$

$$\text{จะได้ว่า } f(x) = x^2 - 4x + C \text{ และจาก}$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{7}{3}$$

$$\text{จะได้ว่า } \int_0^1 (x^2 - 4x + C) dx = \frac{7}{3}$$

$$\frac{x^3}{3} - 2x^2 + Cx \Big|_0^1 = \frac{7}{3}$$

$$\frac{1}{3} - 2 + C = \frac{7}{3}; C = 4 \text{ ดังนั้น}$$

$$|A - B + C| = |1 + 4 + 4| = 9$$

14. เฉลย ข้อ 1. ผิด

แนวคิด ข้อ 1 ผิด เพราะ จำนวนวิธีที่เหรียญบาทจะเป็นหัว 2 ครั้ง

$$= P(6, 2) = 30 \text{ วิธี}$$

ข้อ 2 ถูก เพราะ จำนวนวิธีจัดอันดับ 4 อันดับ

$$= P(7, 4) = 840 \text{ วิธี}$$

$$\text{ข้อ 3 ถูก เพราะ จากการกระจาย } \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{15}$$

$$T_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r = \binom{15}{r} (x^2)^{15-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r$$

พจน์ที่ไม่มี x คือพจน์ที่มี x^0

$$\text{ดังนั้น } \frac{x^{30-2r}}{x^r} = x^0 \quad x^{30-3r} = x^0$$

$$30 - 3r = 0; r = 10 \text{ จึงได้ว่า } T_{r+1} = T_{11}$$

$$\text{ข้อ 4 ถูก เพราะ จากสมการ } \frac{n!}{(n-22)!22!} = \frac{n!}{(n-9)!9!}$$

$$\frac{(n-9)!}{(n-22)!} = \frac{22!}{9!}$$

$$(n-9)(n-8), \dots, (n-21) = 22 \times 21 \times \dots \times 10$$

$$\text{ดังนั้น } (n-9) = 22 \Rightarrow n = 31$$

$$15. \text{ เฉลย ข้อ 2. } \frac{7}{24}$$

$$\text{แนวคิด } n(s) = 4! = 24 \text{ วิธี}$$

E คือเหตุการณ์ที่มีคนอย่างน้อย 2 คน ได้เลือกของตนเอง

หมายความว่าอาจจะมีคนได้เลือกของตนเอง 2 คน หรือ 4 คนเลย

(เพราะถ้าได้เลือกของตนเอง 3 คน เลือกที่เหลืออีก 1 ขวด ก็คือ

เลือกของคนี่ 4 จึงถือว่าได้เลือกของตนเองทั้ง 4 คน) ดังนั้น

$$n(E) = \binom{4}{2} + \binom{4}{4} = 6 + 1 = 7 \text{ วิธี}$$

$$\therefore P(E) = \frac{7}{24}$$

16. เฉลย ข้อ 3. 73.3

คะแนนสอบ	ความถี่	ความถี่สะสม
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
75 - 79	40	152
70 - 74	50	112
65 - 69	26	62
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

ตำแหน่ง 100 อยู่ชั้นนี้

การหามัธยฐาน

STEP 1 หาตำแหน่ง (ค่าของ $N = 200$ บอกลมา)

$$\text{จะอยู่ที่ตำแหน่ง } \frac{N}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

STEP 2 แทนค่าสมการ

$$\begin{aligned} med &= L + I \left(\frac{\frac{N}{2} - F}{f} \right) \\ &= 69.5 + 5 \left(\frac{100 - 62}{50} \right) = 73.3 \end{aligned}$$

17. เฉลย ข้อ 4. $\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \sum x &= 60, N = 10 \quad \bar{x} = \frac{60}{10} = 6 \\ \sum (x_i - 3)^2 &= 120 \quad \sum (x^2 - 6x + 9) = 120 \\ \sum x^2 - 6\sum x + \sum 9 &= 120 \\ \sum x^2 - 6(60) + 90 &= 120 \\ \sum x^2 &= 390 \quad S.D. = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - (\bar{x})^2} \\ &= \sqrt{\frac{390}{10} - (6)^2} = \sqrt{39 - 36} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

ตอนที่ 2 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน เฉลยละเอียด

18. เฉลย ข้อ 1. 24

$$\begin{aligned} \text{ให้ } A &= \{x \in R \mid 1 \times 1 \leq 8\} = [-8, 8] \\ B &= \{x \in I \mid 3 \mid x\} \\ &= \left\{ -1, 1, 2, -2, 4, -4, 5, -5, 7, -7, \right. \\ &\quad \left. 8, -8, \dots \right\} \\ C &= \{x \in R \mid x^3 + 3x^2 - 4 = 0\} \end{aligned}$$

หาคำตอบโดยหารสังเคราะห์

$$\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 0 & -4 \\ 1 & 4 & 4 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$(x-1)(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$\underline{\underline{1 \quad 4 \quad 4 \quad 0}}$$

$$(x-1)(x+2)(x+2) = 0$$

$$C = \{1, -2\}$$

$$A \cap B =$$

$$\{1, -1, 2, -2, 4, -4, 5, -5, 7, -7, 8, -8\}$$

$$n[(A \cap B) \times C] = 12 \times 2 = 24 \text{ จำนวน}$$

19. เฉลย ข้อ 4. 0.80

$$\text{แนวคิด } f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 5c$$

$$\text{เมื่อ } a, b, c \in R$$

$$\text{ถ้า } (x^2 - 4) \text{ เป็นตัวประกอบของ } f(x)$$

$$\text{จะได้ว่า } (x-2)(x+2) \text{ เป็นตัวประกอบของ } f(x)$$

$$\text{นั่นคือ } (x-2), (x+2) \text{ หาร } f(x) \text{ ลงตัว ดังนั้น}$$

$$f(2) = 0 \text{ และ } f(-2) = 0$$

$$f(2) = 0, 8 + 4a + 2b - 5c = 0$$

$$4a + 2b - 5c = -8 \text{ ----- (1)}$$

$$f(-2) = 0, -8 + 4a - 2b - 5c = 0$$

$$4a - 2b - 5c = 8 \text{ ----- (2)}$$

$$\text{และจากโจทย์ กำหนดให้ เศษที่เหลือจากการหาร } f(x) \text{ ด้วย}$$

$$(x+1) \text{ คือ } 0 \text{ จะได้ว่า}$$

$$f(-1) = 0, -1 + a - b - 5c = 0$$

$$a - b - 5c = 1 \text{ ----- (3)}$$

$$(1) - (2), 4b = -16 \Rightarrow b = -4$$

$$\text{แทนค่า } b \text{ ใน (3), } a + 4 - 5c = 1$$

$$a - 5c = -3 \text{ ----- (4)}$$

$$(1) + (2), 8a - 10c = 0$$

$$4a - 5c = 0 \text{ ----- (5)}$$

$$(5) - (4), 3a = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{แทนค่า } a \text{ ใน (4), } 1 - 5c = -3 \Rightarrow -5c = -4$$

$$c = \frac{4}{5} = 0.8$$

20. เฉลย ข้อ 4. ผิด

ฟังก์ชัน f จะมีฟังก์ชันผกผัน แสดงว่า f ต้องเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งซึ่งต้องมีนิยามคือ ถ้า $x_1 = x_2$ แล้ว

$$f(x_1) = f(x_2)$$

21. เฉลย ข้อ 4. มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อ 1. เช่นถ้า $x = -3 \Rightarrow -3 < 2$ แล้ว $(-3)^2 < 4$
เป็นเท็จ

ข้อ 2. เช่นถ้า $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left| -\frac{1}{2} + 1 \right| \geq 1$

เป็นเท็จ

ข้อ 3. เช่น $x = 0 \Rightarrow x^2 > 0$ เป็นเท็จ

ข้อ 4. เนื่องจาก $x^2 + 1 \geq 2x$

$$x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$(x-1)^2 \geq 0 \quad \text{เป็นจริง}$$

22. เฉลย ข้อ 2. ถูก

$$D_f : x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$(x-2)(x-3) \geq 0$$

$$x \in (-\infty, 2] \cup [3, \infty)$$

$$R_g : (-\infty, 0]$$

23. เฉลย ข้อ 4. 3

$$f(x) = 2x + k$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-k}{2}$$

$$g(f^{-1}(k)) = g\left(\frac{k-k}{2}\right) = g(0)$$

$$= 0 + 3 = 3$$

24. เฉลย ข้อ 1. $\frac{y^2}{36} - \frac{(x-4)^2}{45} = 1$

แนวคิด กำหนดสมการวงรี $\frac{(x-4)^2}{4} + \frac{y^2}{36} = 1$ จะได้ว่า

วงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(4, 0)$ มีแกนเอกขนานแกน y โดยที่

$a^2 = 36, a = 6$ และ $b^2 = 4, b = 2$ ดังนั้น แกนเอก

ยาว $2a = 12$ จุดยอดวงรีอยู่ที่ $(4, -6)$ และ $(4, 6)$

ไฮเปอร์โบลามีจุดศูนย์กลาง $(4, 0)$ และมีจุดยอดที่ $(4, -6)$

และ $(4, 6)$ มีระยะห่างระหว่างโฟกัส $= 18$ ดังนั้น $c = 9$

จากสูตร $b^2 = c^2 - a^2$

จะได้ $b^2 = 9^2 - 6^2$

$$= 81 - 36$$

$$b^2 = 45$$

ดังนั้นสมการ ไฮเปอร์โบลาคือ

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

$$\text{คือ } \frac{y^2}{36} - \frac{(x-h)^2}{45} = 1$$

25. เฉลย ข้อ 2. 12

$$\text{วงรี } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

มีค่า $a = 3, b = 2$

โดยปกติ P เป็นจุดใดๆ บนกราฟ(นิยาม)

$$|PF_1 + PF_2| = 2a = 2(3) = 6 \quad \text{ดังนั้น}$$

$$|AF_1 + AF_2| + |BF_1 + BF_2| = 6 + 6 = 12$$

26. เฉลย ข้อ 2. $[1, 2)$

$$6^x + 6 = 2^{x+1} + 3^{x+1}$$

$$(3 \cdot 2)^x + (3 \cdot 2) = 2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x$$

$$(3^x \cdot 2^x) + (3 \cdot 2) - (2 \cdot 2^x) - (3 \cdot 3^x) = 0$$

$$[(3^x \cdot 2^x) - (3 \cdot 3^x)] + [(3 \cdot 2) - (2 \cdot 2^x)] = 0$$

$$[3^x(2^x - 3)] + [-2(2^x - 3)] = 0$$

$$(3^x - 2)(2^x - 3) = 0 \quad 3^x = 2, 2^x = 3$$

$$x = \log_3 2, \log_2 3$$

ผลคูณของคำตอบคือ $\log_2 3 \times \log_3 2 = 1$ อยู่ในเซตคำตอบ

ข้อ 2. $[1, 2)$

27. เฉลย ข้อ 2. $\log_{x+6}(2x^2 + 14x + 28) = 2$

วิธีทำ $2^{x+2} - 9\sqrt{2^x} + 2 = 0$

$$2^x \cdot 2^2 - 9 \cdot 2^{\frac{x}{2}} + 2 = 0$$

$$\text{ให้ } 2^{\frac{x}{2}} = a \quad ; \quad 4a^2 - 9a + 2 = 0$$

$$(4a-1)(a-2) = 0$$

$$a = \frac{1}{4}, 2 \quad \text{จะได้ } 2^{\frac{x}{2}} = \frac{1}{4} = 2^{-2} \text{ เพราะฉะนั้น}$$

$$\frac{x}{2} = -2 \quad \text{หรือ } 2^{\frac{x}{2}} = 2 = 2^1 \text{ เพราะฉะนั้น}$$

$$\frac{x}{2} = 1, \quad x = 2$$

28. เฉลย ข้อ 2. 7

แนวคิด กำหนด $\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j}$ และ $\vec{B} = 3\vec{i} - \vec{j}$

ให้ $\vec{OP} = \vec{A}$ และ $\vec{OQ} = \vec{B}$

$$|\vec{A}| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos \theta$$

$$3-2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cos \theta$$

$$1 = 5\sqrt{2} \cos \theta \quad \cos \theta = \frac{1}{5\sqrt{2}}$$

$$\text{จาก } \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$$

$$\sin \theta = \frac{7}{5\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \text{พ.ท. } \Delta OPQ &= \frac{1}{2} \cdot |\vec{A}||\vec{B}| \sin \theta \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เป็นด้านประกอบ

จะเป็น 2 เท่าของ พ.ท. ΔOPQ จะได้ พ.ท. $\square$ ด้านขนาน

$$= 2 \times \frac{7}{2} = 7 \text{ ตารางหน่วย}$$

29. เฉลย ข้อ 4. แนวคิดกำหนด $F(x) = \int_0^x (t^2 + t - 2) dt$

$$x \in [-3, 2], F(x) = \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} - 2t \Big|_0^x$$

$$\therefore F(x) = \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} - 2x, F'(x) = x^2 + x - 2$$

ณ จุดที่เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์หรือจุดต่ำสุดสัมพัทธ์จะมี $F'(x) = 0$

$$\text{ให้ } x^2 + x - 2 = 0, (x^2 + 2)(x - 1) = 0; x = -2, 1$$

$$F(-2) = -\frac{8}{3} + 2 + 4 = \frac{10}{3}, F(1) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2 = -\frac{7}{6}$$

เนื่องจาก F เป็นฟังก์ชันพหุนาม ซึ่งต่อเนื่อง ณ ทุกๆ จุดจะได้ว่าจุด

$$-2, \frac{1}{3} \text{ เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์และจุด } \left(1, -\frac{7}{6}\right) \text{ เป็นจุดต่ำสุด}$$

$$\text{สัมพัทธ์ พิจารณา } x \in [-3, 2], f(-3) = -9 + \frac{9}{2} + 6 = \frac{3}{2}$$

$$f(2) = \frac{8}{3} + 2 - 4 = \frac{2}{3} \text{ จะเห็นว่า เมื่อ } x \in [-3, 2] f(x) \text{ จะมี}$$

$$\text{ค่ามากที่สุดเมื่อ } x = -2 \text{ ซึ่ง } f(-2) = \frac{10}{3} \text{ ดังนั้นค่าสูงสุด}$$

$$\text{สัมบูรณ์ของ F คือ } \frac{10}{3}$$

30. เฉลย ข้อ 4. -196

$$x^2 - 4x + 7 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}i$$

$$a = 2 + \sqrt{3}i, b = 2 - \sqrt{3}i$$

$$(|a| + |b|)^4 = \left[|12 + \sqrt{3}i| + |2 - \sqrt{3}i|\right]^4$$

$$= (\sqrt{7} + \sqrt{7}i)^4 = (\sqrt{7})^4 (1 + i)^4$$

$$= (49)(-4) = -196$$

31. เฉลย ข้อ 1. 6

$$z^3 = 2\sqrt{7} + 6i$$

$$|z|^3 = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{28 + 36}$$

$$|z|^3 = 8$$

$$|z| = 2 \text{ เท่ากันทั้ง 3 ราก}$$

$$|z_1| + |z_2| + |z_3| = 2 + 2 + 2 = 6$$

32. เฉลย ข้อ 2. 9

จากเรื่อง ROW-OPERATION

$$[A|I] \sim [I|A^{-1}]$$

$$\text{แสดงว่า } A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

การแก้สมการเชิงเส้น

$$Ax = B \quad x = A^{-1}B$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \quad x + y + z = 4 + 0 + 5 = 9$$

33. เฉลย ข้อ 3. 0.5

$$\text{จำนวนเมตริกซ์ที่สร้างได้} = 4 = n(s)$$

คือ

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}_{\det = 0}$$

รูปแบบที่มีตัวผกผัน (A^{-1}) ก็คือ เมทริกซ์ Non-Singular ซึ่ง $\det \neq 0$ ซึ่งมี 2 เมทริกซ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{4} \times \frac{1}{2} = 0.5$$

34. เฉลย ข้อ 1. $(0, 1) \cup (2^{10}, \infty)$

ที่แน่ๆ ค่าของ $x > 0$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 3 และ 4 ออกไป

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_4 x} + \frac{1}{\log_8 x} + \frac{1}{\log_{16} x} < 1$$

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{2}{\log_2 x} + \frac{3}{\log_2 x} + \frac{4}{\log_2 x} < 1$$

$$\frac{1}{\log_2 x} [1 + 2 + 3 + 4] < 1$$

$$\frac{10}{\log_2 x} - 1 < 0 \quad \frac{10 - \log_2 x}{\log_2 x} < 0$$

$$\frac{\log_2 x - 10}{\log_2 x} > 0$$

$$\log_2 x > 10 \text{ และ } \log_2 x < 0 \text{ แต่อย่าลืมว่า } x > 0$$

$$x > 2^{10} \text{ หรือ } 0 < x < 1 \Rightarrow (0, 1) \cup (2^{10}, \infty)$$

35. เฉลย ข้อ 3. 14

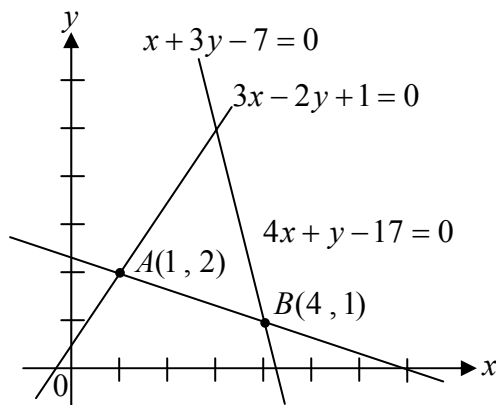
แนวคิด สมการเป้าหมาย คือ $P = 2x + y + 5$

$$\text{เงื่อนไขข้อจำกัด คือ } x + 3y - 7 = 0 \quad \text{----- (1)}$$

$$3x - 2y + 1 \geq 0 \quad \text{----- (2)}$$

$$4x + y - 17 \leq 0 \quad \text{----- (3)}$$

$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$



พิจารณากราฟ จะเห็นว่า กราฟของสมการ (1) และสมการ (2), (5) มีจุดร่วมกัน คือ จุดบนส่วนเส้นตรง AB จุด A ได้จากการแก้

$$\text{สมการ } x + 3y = 7 \quad 3x - 2y = -1$$

จะได้ พิกัดจุด A คือ $(1, 2)$ จุด B ได้จากการแก้สมการ

$$x + 3y = 7$$

$$4x + y = 17 \text{ จะได้พิกัดจุด } B \text{ คือ } (4, 1)$$

ตรวจสอบค่าสูงสุด จากสมการเป้าหมาย $P = 2x + y + 5$

$$\text{จุด } A(1, 2) \Rightarrow P = 2 + 2 + 5 = 9$$

$$\text{จุด } A(4, 1) \Rightarrow P = 8 + 1 + 5 = 14$$

ดังนั้นค่าสูงสุดของ P คือ 14

36. เฉลย ข้อ 2. 9

$f(x)$ ต่อเนื่องบน R จะได้

$$f(1) = a(1)^2 = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (2x + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} ax^2$$

$$3 = a$$

$$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 ax^2 dx + \int_2^3 (12) dx$$

$$= \frac{3x^3}{3} \Big|_1^2 + 12x \Big|_2^3$$

$$= (2^3 - 1^3) + [12(3) - 12(2)]$$

$$= 19$$

$$g(x) = bx^3 + x \quad g'(x) = 3bx^2 + 1$$

$$g'(1) = 3b + 1 = 19 \quad b = 6$$

$$a + b = 3 + 6 = 9$$

37. เฉลย ข้อ 2. 5.6

$$y = mx + c$$

$$\sum_{i=1}^n y = m \sum_{i=1}^n x = cn \quad \text{----- (1)}$$

$$\sum_{i=1}^n xy = m \sum_{i=1}^n x^2 + c \sum_{i=1}^n x \quad \text{----- (2)}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{N}, \quad \sum_{i=1}^{30} y = \bar{y}N$$

$$\sum_{i=1}^{30} y = 60 \times 30 = 1800$$

$$(1), 1800 = 90m + 30c$$

$$60 = 3m + c \quad \text{----- (3)}$$

$$(2), 4750 = 386m + 90c \quad \text{----- (4)}$$

$$\text{แก้สมการ (3) และ (4) ได้ } m = -\frac{325}{58}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } y_1 &= mx + c & y_2 &= m(x+1) + c \\ & & &= mx + m + c \\ y_2 - y_1 &= m \end{aligned}$$

∴ ลดลง 5.60 คะแนน

38. เฉลย ข้อ 1.5

$$\sum x = 30, N = 10$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\begin{aligned} S.D. &= \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - (\bar{x})^2} \\ &= \sqrt{\frac{340}{10} - (3)^2} = \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

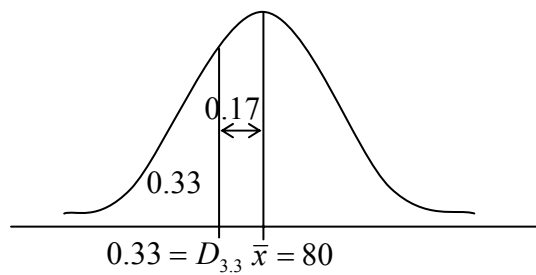
$$z = \frac{x_5 - \bar{x}}{S.D.} \Rightarrow 0.4 = \frac{x_5 - 3}{5}$$

$$0.4 \times 5 = x_5 - 3 \Rightarrow x_5 = 5$$

39. เฉลย ข้อ 2. 73.40

โจทย์กำหนด $\bar{x} = 80$, $S.D. = 15$

นักเรียนสอบได้ที่เดซิล์ 3.3 คือ $D = \frac{3.3}{10} = 0.33$



$$\text{เมื่อ } A = 0.17 \Rightarrow z = -0.44$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S.D.} \Rightarrow -0.44 = \frac{x - 80}{15}$$

$$x = 80 + [(-0.44) \times 15] = 73.40$$